Sun Yat-sen Management Review
Vol.2, No.2, June 1994

由資源分配提升多單位組織之整體效率
Improving the Aggregate Efficiency of Multi-unit Organizations Via Resource Allocation

高　強　*Chiang Kao*
國立成功大學工業管理研究所
Institute of Industrial Management
National Cheng Kung University
高重光　*Chung-Kuang Kao*
國立成功大學工業管理研究所
Institute of Industrial Management
National Cheng Kung University

(Received March 1994; revised April 1994; accepted May 1994)

摘　要

本文基於資料包絡法(data envelopment analysis)之架構，針對多決策單位之組織，除評估其效率外，並冀望在總資源不變之條件下，將資源重新分配與各決策單位，以期能獲得整體更高的效率。在模式構建部份，稍不同於一般之資料包絡法，將接受重新分配之投入因子視為變數，而列出非線性規畫模式。接著引用一般化線性規畫(generalized linear programming)問題解法，求解出各決策單位所認為最理想之資源分配方式。由於各決策單位所認定之最佳分配方式不盡相同，因此必須以組織整體效率為考量，由各決策單位所認定之分配方式，挑選出最理想者。文中並舉一簡例，說明此理念確實可提升組織整體之效率。

關鍵詞：資料包絡法，一般化線性規劃，柏拉圖最佳，效率。

Abstract

Based on the structure of the data envelopment analysis(DEA) approach, this paper measures the relative efficiency of an organization via resource allocation. When the total amount of a resource is fixed, it can be distributed to each unit within an organization in a better way. This problem is formulated as a nonlinear program similar to the generalized linear program(GLP). Consequently, the solution method of the GLP can be applied. Since different units may have different ways of allocating the resource, the resource, the best one in terms of aggregate efficiency is selected. A simple example is used to illustrate this idea of resource allocation. The results show that the aggregate efficiency of an organization can really be improved.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Generalized Linear Programming, Pareto Optimality, Efficiency.

壹、前　言

在今日之企業環境下，競爭壓力日巨，企業必須能夠有效的提升其效率、生產力、乃至獲利能力，方能求生存，更進一步的求發展。欲提升效率，首先必須有一客觀之效率評估方法，有關效率評估之方法有多種，Fϕrsund 等人(1980)曾做過分類，一般的想法是採實際產出最大產出之比值來代表，較有爭議的是如何

決定「最大產出」。以及如何處理多產出之情形，不同的理念發展出不同之評估方法。本文採柏拉圖最佳組織 (Pareto optimal organization) 之觀念，在對各決策單位 (decision making unit, DMU) 最有利之條件下，評估其相對效率值。此理念早在 1957 年 Farrell(1957) 即以代數方法應用於評估美國各州之農業經營效率。其後經過了二十年，才由 Charnes 等人 (1978) 提出分數規劃 (fractional progarmming) 模式，使得計算過程簡化許多，並廣為一般人使用。由於此模式在經濟上之意義為規模報酬不變，在使用上有些限制，因此有許多學者提出不同之改進模式，使之適用於不同之假設條件，較有名的有 Banker 等人 (1984) 與 Byrnes 等人 (1984) 的模式，適用於規模報酬可變之情形；Banker 與 Maindiratta (1986)、Kao(1986)、Petersen (1990) 適用於邊際產量遞增之模式等等，其「最大產出」均是由觀察的樣本，配合生產函數前緣 (production forntier) 之概況，或以線性方式，或以對數線性方式估算而得。本文所採用的是 Banker 等人 (1984) 的模式，其基本概念將於下一節中介紹。

至於效率改進的方式，Charnes 等人 (1978) 提出其資料包絡法之效率評估模式時，即曾討論如何由參考樣本 (reference set) 之標準，調整其投入與產出，以達完全有效率。Kao (1994) 指出，在此調整過程中，有些因子不容變動，例如一天固定有二十四小時，有些因子可變動的範圍有限，例如裁員超出 50%在實際上絕不可行，而提出一修正方式。另外 Kao 與 Yang(1992) 則提出經由組織重劃的方式，截長補短，同時配合規模過大與規模過小的中和方式，以提升效率。本研究則從另一角度探討此問題，基本理念是針對多單位的組織，就某一資源在總量不變的前提下，重新適量的分配予各單位，冀望各單位能有效的運用所分配之資源。有些單位也許會因資源之重分配而降低效率，有些單位則會增加，最終目的是各單位其效率總值能夠提升。此觀念可列為一般化線性規劃 (generalized linear programming) 模式以求解，因此在計算上並不造成任何困難。

以下首先介紹 Banker 等人 (1984) 的效率評估模式，接著說明如何將資源重分配以提升各單位整體效率之理念以數學規劃模式表示，最後再配合一簡例，以說明如何具體求解。

貳、資料包絡法

Charnes 等人 (1978) 所提出以分數規劃模式評估決策單位效率值之方式，經 Banker 等人 (1984) 改進，可以探討規模報酬變動之情形。以 X_{ij}、Y_{ik} 分別代表第 i 決策單位其第 j 項投入因子以及第 k 項產出之量，每一決策單位以 p 種投入生產 q 種產出，假設有 n 個決策單位接受評估，則決策單位 r 之效率值 Er

可由下列分數規劃模式計算：

$$E_r = \max \frac{\sum_{k=1}^{q} v_k Y_{rk}}{(u_0 + \sum_{j=1}^{p} u_j X_{rj})}$$

$$\text{st.} \quad \frac{\sum_{k=1}^{q} v_k Y_{ik}}{(u_0 + \sum_{j=1}^{p} u_j X_{ij})} \leq 1, i = 1, \ldots, n$$

$$u_j, v_k \geq \varepsilon > 0, \ u_0 \text{ unrestricted} \quad (1)$$

此模式將效率值視為產出組合與投入組合之比值。就接受評估之決策單位而言，其目的在選擇對其最有利之組合權數 u_j 與 v_k，以使其效率值等於最大，但此權數用於評估其他各決策單位時，其效率值不得超過1，以滿足效率值必須介於0與1間之定義。此外，所選擇之權數必須大於0，以避免決策單位將下利之因子設定其權數為0，而完全忽略其存在之不合理現象。至於權數之下限 ε 以何者為眞，並無定論，Charnes 等人 (1979)、Charnes 與 Cooper(1984) 均曾討論，一般的建議是調整 X_{ij} 與 Y_{ik} 之單位，使其介於10與100之間，再令下限 ε。此模式有一優點，即效率值不受投入與產出之單位所影響，以公分或公尺為單位，其權數會自動調整，類似統計迴歸模式中之迴歸係數。再有就是此模式可判定各決策單位之經濟規模，當 $u_0 < 0$ 時，決策單位 r 處於規模報酬遞增的位置，當 $u_0 = 0$ 時，為規模報酬不變，當 $u_0 > 0$ 時，為規模報酬遞減。

模式 (1) 為較特殊之分數規劃模式，因此可輕易的轉換為線性規劃模式，其方式是將限制條件之分母部份移至不等式右邊，至於目標函數則設定分母為1，並令其為限制條件，目標函數僅存分子部份，而成為線性規劃問題 (Charnes 與 Cooper, 1962)。此線性規劃問題可定義其對偶 (dual) 問題如下：

$$E_r = \min . \ w - \varepsilon \Big[\sum_{k=1}^{q} s_k^- + \sum_{j=1}^{p} s_j^+ \Big]$$

$$\text{st.} \quad \sum_{i=1}^{n} \nu_i Y_{ik} - s_k^- = Y_{rk}, k = 1, \ldots, q$$

$$\sum_{i=1}^{n} \nu_i X_{ik} + s_j^+ = w X_{rj}, j = 1, \ldots, p \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \nu_1 = w$$

$$\nu_i \geq 0, i = 0, \ldots, 1$$

其中 s_k^- 與 s_j^+ 分別為第一組限制條件之實餘 (surplus) 變數以及第二組限制

表一 簡例資料

		投入			產出	
組織	決策單位	X3	X1	X2	Y1	Y2
甲	1	60	18	45	19	12
	2	33	55	98	17	58
	3	26	31	51	3	14
	4	206	28	27	38	26
	5	20	41	26	200	48
	總和	345	173	247	277	158
乙	6	231	10	64	260	381
	7	34	52	49	420	600
	8	65	77	68	413	966
	9	34	54	59	257	602
	10	17	17	46	14	17
	總和	381	210	286	1364	2566

條件之差額 (slack) 變數。模式 (1) 與模式 (2) 具有對偶關係，因此其目標函數值相同。在模式 (2) 中，接受評估之決策單位 r 其產出以其他決策單位之組合 (即 $\sum \nu_i X_{ik}$) 為上限，其投入因子以其他決策單位之組合 (即 $\sum \nu_i X_{ik}$) 為下限，決策單位 r 被其他決策單位所包絡 (envelop)，因此 Charnes 等人 (1978) 稱此種評估方式為資料包絡法 (data envelopment analysis)，簡稱 DEA。

很顯然樣本愈多所得之效率值愈有意義，至於應有多少才數恰當，莫衷一是，並無理論根據，Thomas 等人 (1986)、Bowlin(1987) 認為樣本數必須大於投入與產出項目總和之兩倍，Banker 等人 (1989) 則建議最好在三倍以上，總之，樣本再少也不宜少於投入與產出項目總和之兩倍。現舉一簡例以說明此資料包絡法之效率評估方式。假設甲、乙兩組織其下各有五個決策單位，均以三種投入因子生產兩種產出，其資料如表一所示，評估甲組織第一決策單位效率之模式如下：

$$
\begin{aligned}
E_r = \max.\ & 19v_1 + 12v_2 \\
\text{st.}\ & u_0 + 60u_1 + 18u_2 + 45u_3 = 1 \\
& 19v_1 + 12v_2 - u_0 - 60u_1 - 18u_2 - 45u_3 \leq 0 \\
& 17v_1 + 58v_2 - u_0 - 33u_1 - 55u_2 - 98u_3 \leq 0 \\
& 3v_1 + 14v_2 - u_0 - 26u_1 - 31u_2 - 51u_3 \leq 0 \\
& 38v_1 + 26v_2 - u_0 - 206u_1 - 28u_2 - 27u_3 \leq 0 \\
& 200v_1 + 48v_2 - u_0 - 20u_1 - 41u_2 - 26u_3 \leq 0 \\
& 260v_1 + 381v_2 - u_0 - 231u_1 - 10u_2 - 64u_3 \leq 0 \\
& 420v_1 + 600v_2 - u_0 - 34u_1 - 52u_2 - 49u_3 \leq 0
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
&413v_1+966v_2-u_0-65u_1-77u_2-68u_3\le 0\\
&257v_1+602v_2-u_0-34u_1-54u_2-59u_3\le 0\\
&14v_1+17v_2-u_0-17u_1-17u_2-46u_3\le 0\\
&u_1,u_2,u_3,v_1,v_2\ge 10^{-5},\ u_0 \text{ unrestricted}
\end{aligned}\tag{3}$$

計算其他決策單位之效率值時，只需將目標函數與第一個限制條件做適當之修改即可，其他完全一樣。以第二決策單位為例，其目標函數為：

$\max.\ 17v_1+58v_2$

另一個限制條件為：

$u_0+33u_1+55u_2+98u_3=1$

其餘部份與模式 (3) 完全相同。針對十個決策單位重覆以上之步驟，即可評估得各決策單位之效率。以甲組織而言，五個決策單位之效率值分別為 0.4675、0.1022、0.0549、1.0000，只有最後兩個決策單位達於完全效率。

資料包絡法最適於評估非營利機構之效率，尤其是許多產出無法以金錢衡量時，例如森林的水土保持與遊樂功能 (Kao 與 Yang 1991、Kao 等 1993)，學校教師發表論文的篇數與教育學生人數 (Kao 1994) 等等。至於營利性機構，則似乎以財務狀況衡量可能更為合適。

參、資源分配模式

效率評估基本上只是一種過程，其最終目的是在藉此發現缺失所在，具以改進，以提升效率。在模式 (2) 中，一決策單位如果效率值不是 1，則每一產出 k 增加 sk- 的量，每一投入 j 減少 $\frac{s_j^+}{w}$ 的量，則限制條件不等號兩邊完全相等，而使得決策單位 r 變為完全有效率。此概念 Charnes 等人 (1978) 在提出其資料包絡法時即已說明，但在實際應用上，Kao(1994) 發現有其困難。主要原因在於有些因子不易調整，有些因子可調整的範圍有限，例如一天只有二十四小時、或者人的智商無法改變等等。另外亦有可能經由 s_j^+ 的指示，要求裁減一半的人力，或是經由 s_k^- 的指示，要求增加 100%的產量，這些調整似乎均非短期間可以達成，需要經年累月，逐步實施。

本研究從另一角度探討效率提升的問題。在現實生活中，有一種情形是一級單位將某種資源分配給二級單位，二級單位再將此資源往下分配給一些決策單位。假設共有 m 個二級單位，每個二級單位 i 有 n_i 個決策單位，總共有 $\sum_{i=1}^{m} n_i = n$ 個決策單位。就第一個二級單位而言，其所管轄 n_1 個決策單位在所有 n 個決策單位中，其相對 $E_1, E_2, \ldots, E_{n1}$ 可經由模式 (1) 評估而得。一級單位所在意的可能是此 n_1 個決策單位的平均效率值 $AVE_1=\sum_{i=1}^{n_1} E_i/n_i$，因此二級單位可以考慮將一級單位所撥下來的資源重新分配給所轄各決策單位，表現差的單位可能少分配些，以期提高其效率；表現較理想者則多分配些，以資鼓勵。為符號表示方便，假設一級單位撥給二級單位的是第一種資源，第一個二級單位得到的總量

R_1 是，如果其他投入因子保持不變，同時各產出也能維持原來的水準，則二級單位所欲達成之目標，與其伴隨的限制條件，可以下式來表示：

$$
\begin{aligned}
\max.\ & \sum_{r=1}^{n_1}\left[\frac{\sum_{k=1}^{q} v_{rk}Y_{rk}}{(u_{r0}+u_{r1}x_{r1}+\sum_{j=2}^{p} u_{rj}X_{rj})}\right] \\
\text{st.}\ & \frac{\sum_{k=1}^{q} v_{rk}Y_{ik}}{(u_{r0}+u_{r1}x_{i1}+\sum_{j=2}^{p} u_{rj}X_{ij})} \le 1, i=1,\ldots,n_1, r=1,\ldots,n_1 \\
& \frac{\sum_{k=1}^{q} v_{rk}Y_{ik}}{(u_{r0}+\sum_{j=1}^{p} u_{rj}X_{ij})} \le 1, i=n_1+1,\ldots,n, r=1,\ldots,n_1 \qquad (4) \\
& \sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} = R_1 \\
& L_{i1} \le x_{i1} \le U_{i1}, i=1,\ldots,n_1 \\
& u_{ij}, v_{ik} \ge \varepsilon,\ u_{i0}\ \text{unrestricted}
\end{aligned}
$$

目標函數為 n_1 個決策單位效率值之總和，各決策單位有其理想之權數，因此 u_{ij} 與 v_{ik} 有兩個下標，$x_{i1}, i=1,\ldots,n$ 以小寫表示，代表其為求解變數，而非觀測到的常數，亦即二級單位欲求得一最理想之分配方式 x_{i1}，將此量分配給所轄之決策單位 i，以期效率總値達到最大。x_{i1} 雖為求解變數，但其可調整之範圍亦非無限，在模式 (4) 中假設其具有上下限 U_{i1} 與 L_{i1}。第一組限制條件乃針對二級單位甲之各決策單位，因此有必須求解的 X_{il} 變數，第二組限制條件則針對其他各二級單位所轄之決策單位，與模式 (1) 中之限制條件並無二致。

求解模式 (4) 並不容易，首先將分數式簡化如下：

$$
\begin{aligned}
E_r = \max.\ & \sum_{r=1}^{n_1}\sum_{k=1}^{q} v_{rk}Y_{rk} \\
\text{st.}\ & u_{r0}+u_{r1}x_{r1}+\sum_{j=2}^{q} u_{rj}X_{rj} = 1, i=1,\ldots,n_1 \\
& \sum_{k=1}^{q} v_{rk}Y_{ik} - u_{r0} - u_{r1}x_{i1} - \sum_{j=2}^{p} u_{rj}X_{ij} \le 0, i=1,\ldots,n_1, r=1,\ldots,n_1 \\
& \sum_{k=1}^{q} v_{rk}Y_{ik} - u_{r0} - \sum_{j=1}^{p} u_{rj}X_{ij} \le 0, i=n_1+1,\ldots,n, r=1,\ldots,n_1
\end{aligned}
$$

$$\sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} = R_1$$
$$L_{i1} \le x_{i1} \le U_{i1}, i = 1, \ldots, n_1 \tag{5}$$
$$u_{ij}, v_{ik} \ge \varepsilon, u_{i0} \text{ unrestricted}$$

上式中除了 $u_{i1}x_{i1}$ 之互相乘項為非線性外，其餘各項均為線性。此問題型式頗類似於一般化線性規劃 (Generalized Linear Programming，GLP) 問題，有關 GLP 的解法許多文獻中均有說明 (Dantzig 1963)，此處不再贅述，其基本理念是將模式 (5) 視為 u_{ij} 與 v_{ik} 變數之問題，先忽略 u_{i1} 變數以及

$$\sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} = R_1, L_{i1} \le x_{i1} \le U_{i1}$$

二組限制條件，使其成為一線性規劃問題，待求得最佳解以及各限制條件所對應之影含價格 (shadow price) 後，再檢查是否有必要將 u_{i1} 變數引入基底。令 $\sigma_i, i = 1, \ldots, n_1$ 為第一組限制條件所對應之影含價格，$\pi_i, i = 1, \ldots, n$ 為第二組與第三組所對應之影含價格，則變數 u_{r1} 之縮減成本 (reduced cost) 可表示為：

$$\hat{C}_r = \sigma_r x_{r1} - \sum_{i=1}^{n_1} \pi_i x_{i1} - \sum_{i=n_1+1}^{n} \pi_i X_{i1}$$

如果此值小於 0，則變數 u_{r1} 引入基底將可提高目標函數值；反之，就不需將 u_{r1} 引入基底。由於 x_{i1} 乃變數，因此上式必須透過另一數學規劃以尋求對 $\hat{C}_r$ 最有利之 x_{i1} 數值：

$$\begin{aligned} \min \quad & \hat{C}_r = \sigma_r x_{r1} - \sum_{i=1}^{n_1} \pi_i x_{i1} - \sum_{i=n_1+1}^{n} \pi_i X_{il} \\ \text{st.} \quad & \sum_{i=1}^{n_1} x_{i1} = R_1 \\ & L_{i1} \le x_{i1} \le U_{i1}, i = 1, \ldots, n_1 \end{aligned} \tag{6}$$

此線性規劃問題稱為子規劃問題 (subprogram)，而前面忽略 u_{i1} 變數以及 x_{i1} 變數所對應限制條件所形成之線性規劃問題稱為主規劃問題 (master program)。模式 (6) 中求出 xi1 之數值後代入模式 (5) 再重覆執行，直到目標函數值無法改進為止 (Dantzig 1963)。

模式 (5) 雖可採 GLP 方法求解，但在實際應用上還需稍加修改，主要原因在於針對 u_{r1} 變數所求得最理想之 x_{i1} 數值並不一定與針對 ut1 變數所求得最理想之 x_{i1} 數值相等，亦即由決策單位 r 著眼所求得之資料分配方式並不一定與由決策單位 t 著眼所求得之資料分配方式相等。在本研究中所採取的方式是，採取對所有 n_1 決策單位整體而言最有利的分配方式。當然最理想的狀況是有一種分配方式，對各決策單位而言，均是最有利的。

肆、簡　例

以表一之資料為例，假設一級單位提供第一種投入因子 X_1，撥給組織甲（二級單位）之總量為 345 單位，其原始之分配方式依表一為 60、33、26、206、20，而五個決策單位之效率值分別是 0.4675、0.1022、0.0549、1.0000、1.0000。組織甲希望將 345 單位之第一種資源重新分配與其五個決策單，為避免調整幅度過巨，每個決策單位所分配到之數量必須在其原分配量的百分之十以內。在求取總效率值最大之目標下，組織甲所面對之資源分配問題可以下式表示（參考模式(5)）：

$$
\begin{aligned}
E_r = \max\ & (19v_{11} + 12v_{12}) + (17v_{21} + 58v_{22}) + (3v_{31} + 14v_{32}) \\
& +(38v_{41} + 26v_{42}) + (200v_{51} + 48v_{52}) \\
\text{st.}\ & u_{10} + x_{11}u_{11} + 18u_{12} + 45u_{13} = 1 \\
& u_{20} + x_{21}u_{21} + 55u_{22} + 98u_{23} = 1 \\
& u_{30} + x_{31}u_{31} + 55u_{32} + 98u_{33} = 1 \\
& u_{40} + x_{41}u_{41} + 55u_{42} + 98u_{43} = 1 \\
& u_{50} + x_{51}u_{51} + 55u_{52} + 98u_{53} = 1 \\
& 19v_{11} + 12v_{12} - u_{10} - x_{11}u_{11} - 18u_{12} - 45u_{13} \leq 0 \\
& 17v_{11} + 58v_{12} - u_{10} - x_{21}u_{11} - 55u_{12} - 98u_{13} \leq 0 \\
& 3v_{11} + 14v_{12} - u_{10} - x_{31}u_{11} - 31u_{12} - 51u_{13} \leq 0 \\
& 38v_{11} + 26v_{12} - u_{10} - x_{41}u_{11} - 28u_{12} - 27u_{13} \leq 0 \\
& 200v_{11} + 48v_{12} - u_{10} - x_{51}u_{11} - 41u_{12} - 26u_{13} \leq 0 \\
& 260v_{11} + 381v_{12} - u_{10} - 231u_{11} - 10u_{12} - 64u_{13} \leq 0 \\
& 420v_{11} + 600v_{12} - u_{10} - 34u_{11} - 52u_{12} - 49u_{13} \leq 0 \\
& 413v_{11} + 966v_{12} - u_{10} - 65u_{11} - 77u_{12} - 68u_{13} \leq 0 \\
& 257v_{11} + 602v_{12} - u_{10} - 34u_{11} - 54u_{12} - 59u_{13} \leq 0 \\
& 14v_{11} + 17v_{12} - u_{10} - 17u_{11} - 17u_{12} - 46u_{13} \leq 0
\end{aligned}
$$

重覆以上十個限制條件四次，將變數 $v_{11}, v_{12}, u_{10}, u_{11}, u_{12}, u_{13}$ 分別改為 v_{r1}, v_{r2}, u_{r0}, u_{r1}, u_{r2}, u_{r3}, r=2,3,4,5

$$
\begin{aligned}
& x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 345 \\
& 64 \leq x_{11} \leq 66 \\
& 29.7 \leq x_{21} \leq 36.3 \\
& 23.4 \leq x_{31} \leq 28.6 \\
& 185.4 \leq x_{41} \leq 226.6 \\
& 18 \leq x_{51} \leq 226 \\
& v_{ij}, v_{ik} \geq 10^{-5}, u_{i0} \text{ unrestricted}
\end{aligned}
$$

此模式所對應之規劃問題為刪除 $u_{11}, u_{21}, u_{31}, u_{41}, u_{51}$ 變數以及最後有關 x_{i1} 限制條件所構成之線性規劃問題，求解此主規劃問題可得各限制條件所對應之影含價格，依序為[(0.393062,0.074944, 0.034167,1,1) (0,0,0,0.066518,0,0.048377,0,0,0,

表二 簡例之組織甲資源調整前後的效率值

	調整前		調整後	
決策單位	投入量	效率值	投入量	效率值
1	60	0.4675	54.0	0.5148
2	33	0.1022	29.7	0.1277
3	26	0.0549	23.4	0.0590
4	206	1.0000	219.9	1.0000
5	20	1.0000	18.0	1.0000
總和	345	2.6245	345	2.7016

0.278167) (0,0,0,0,0,0.024609,0,0.05036,0,0,) (0,0,0,0.006147,0,0.013571, 0.014449, 0,0,0) (0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)(0,0,0,0,1,0,0,0,0,0)]，根據前述之 GLP 解法，若考慮引入 u_{11} 變數，則所對應之子規劃問題為：

$$
\begin{aligned}
\min\quad & 0.393062x_{11} - 0.066518x_{41} - 0.048377(231) - 0.278167(34) \\
\text{st.}\quad & x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 345 \\
& 54 \le x_{11} \le 66 \\
& 29.7 \le x_{21} \le 36.3 \\
& 23.4 \le x_{31} \le 28.6 \\
& 185.4 \le x_{41} \le 226.6 \\
& 18 \le x_{51} \le 22
\end{aligned}
$$

最佳目標函數值為-9.305861，因小於0，故值得引入 u_{11} 變數，x:[54,29.7,23.4, 219.9,18]，再重覆以上之步驟，最後可得最佳之資源分配方式為 x*=[54,29.7,23.4, 219.9,18]。此時若考慮引入 u_{21} 或 u_{31}、u_{41}、u_{51} 等變數，其所對應之 $\hat{C}_r$ 為正值，顯示目標函數值無法再改進，因此已求得最理想之資源分配方式，五個決策單位之效率值如表二所示，就絕對數值而言，決策單位 1 的改進幅度最大，達 24.85 %。整體而言，五個決策單位的效率平均值由 0.5249 提升為 0.5403，提升幅度為 2.91%。在資源分配量上也如預期，決策單位 1、2、3、的原始效率值不理想，因此資源分配均為下限值；決策單位 4、5 的原始效率值為 1，因此 4 的分配量增加，5 的分配量雖降至下限，但也只是線性規劃最佳解選擇端點的原因。

在此例中，每一決策單位其資源量之容許調整幅度設定在 10%，若此範圍放寬，則效率改進的幅度勢必更高。在現實生活中，此容許變動範圍之設定必須依實際可行之狀況考量，所得分配結果才切實際。

伍、結 論

自 Farrell(1957) 以代數方法評估決策單位之相對效率開始，諸多學者深入探討此課題，其中最引人注意的是 Charnes 等人 (1978) 所提出之資料包絡法，以柏拉圖最佳組織之理念為依歸，在列題上類似生產力之計算方式，同時又可轉

換為 Shephard (1970) 對生產函數與成本函數所定義之距離函數，具有相當完美之理論架構。在應用上，其涵蓋面更是廣泛，Seiford (1990) 蒐集有相當豐富的文獻，資料包絡法目前已發展成作業研究中一獨立的領域。

本文首先介紹如何以資料包絡法評估決策單位之相對效率，重點在其後的資源分配，提升一群決策單位之整體效率。在進行上，將接受調整之投入因子視為決策變數，以資料包絡法之觀念列題，再引用一般化線性規劃問題反覆計算的解法求解各決策單位所認為最理想之資源分配方式。由於每個決策單位所認定最理想之資源分配方式不盡相同，因此最後需由不同之分配方式中，挑選最理想者，而所謂最理想者，乃就此一群接受資源分配之決策單位而言，效率總值提升幅度最大者。效率較高的決策單位由於能夠善用資源，故應鼓勵其多使用資源，從事生產；至於效率較低者，則可適當的減少其資源使用量，以期提升其效率值。

任何一組織，不論其主要目標為何，均希望能善用資源，在固定之投入量下提高其產出。各決策單位除針對本身情況找出適當途徑改進效率外，還可透過本文所提出資源分配的概念，在合理範圍內給予各決策單位最適當之資源使用量，以使產能充份發揮，提高組織的整體效率。

參考文獻

1. Banker, R.D., A. Charnes, and W.W. Cooper, "Some models for estimating technical and scale inefficiency in data envelopment analysis", Management Science 30(9): 1984, pp.1078–1092.
2. Banker, R. D., A. Charnes, W. W. Cooper, J. Swarts, and D. A. Thomas, An introduction to data envelopment analysis with some of its models and their uses, Research Report No. 619. Austin, Texas: Center for Cybernetic Studies, University of Texas, 1989.
3. Banker, R.D. and A. Maindiratta, "Piecewise loglinear estimation of efficient production surfaces", Management Science 32(1): 1986, pp.126–135.
4. Bowlin, W.F., "Evaluating the efficiency of US Air Force real property maintenance activities", Journal of the Operational Research Society 38: 1987, pp.127–135.
5. Byrnes, P., R. Färe, and S. Grosskopf, "Measuring production efficiency: an application to Illinois strip mines", Management Science 30(6): 1984, pp.671–681.
6. Charnes, A. and W.W. Cooper, "Programming with linear fractional functions", Naval Research Logistics Quarterly 9(3,4): 1962, pp.181–185.
7. Charnes, A. and W.W. Cooper, "The non-Archimedean CCR ratio for efficiency analysis: A rejoinder to Boyd and Färe", European J. Opper. Res 15(3): 1984, pp.333–334.
8. Charnes, A., W.W. Cooper, and E. Rhodes, "Measuring the efficiency of decision making units," European J. Oper. Res. 2(6): 1978, pp.429–444.
9. Charnes, A., W.W. Cooper, and E. Rhodes, "Short communication: measuring efficiency of decision making units", European J. Oper. Res. 3: 1979, pp.339.

10. Dantzig, G.B., Linear programming and extensions. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1963.
11. Färe, R. and W. Hunsaker, "Notions of efficiency and their reference sets", Management Science 32(2): 1986, pp.237–243.
12. Farrell, M.J., "The measurement of productive efficiency", J. Royal Statist. Soc. Ser. A, 120: 1957, pp.253–281.
13. Fϕrsund, F.R., C.A.K. Lovell, and P. Schmidt, "A survey of frontier production functions and of their relationship to efficiency measurement", J. Econometrics 13: 1980, pp.5–25.
14. Kao, C., "A model for measuring productive efficiency", J. of the Chinese Institute of Engineers 9(3): 1986, pp.251–257.
15. Kao, C., "Evaluating the performance of junior colleges of technology: The Taiwan case", European J. Oper. Res. 72: 1994, pp.43–51.
16. Kao, C., 1994, "Efficiency improvement in data envelopment analysis", European J. Oper. Res.(in press)
17. Kao, C., P.L. Chang and S.N. Hwang, "Data envelopment analysis in measuring the efficiency of forest management", J. of Environmental Management 38: 1993, pp.73–83.
18. Kao, C. and Y.C. Yang, "Measuring the efficiency of forest management", Forest Science 37: 1991, pp.1239–1252.
19. Kao, C. and Y.C. Yang, "Reorganization of forest districts via efficiency measurement", European J. Oper. Res. 58(3): 1992, pp.356–362.
20. Petersen, N.C., "Data envelopment analysis on a relaxed set of assumptions", Management Science 36(3): 1990, pp.305–314.
21. Shephard, R.W., Theory of cost and production function. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1970.
22. Seiford, L.M., A bibliography of data envelopment analysis, (1978-1989), Version 4.0 Univ. of Massachnsetts, Amherst Mass., USA, 1990.
23. Thomas, D. L., R. Greffe, and K. C. Grant, Application of data envelopment analysis to management audits of electric distribution utilities. Unpublished Report. Austin, Texas: Public Utility Commission of Texas, 1986.